

CALCULATRICES INTERDITES

Consignes de présentation OBLIGATOIRES

Faire une **marge à DROITE** de **5 cm de large**.

Laisser un **espace de 8 cm de haut** au début de la première copie, pour les appréciations et la note.

ENCADRER les résultats littéraux et numériques.

Tracer un trait en travers de toute la feuille entre deux questions.

Dessiner un papillon rouge en page 2

Démarrer chaque exercice en haut d'une page

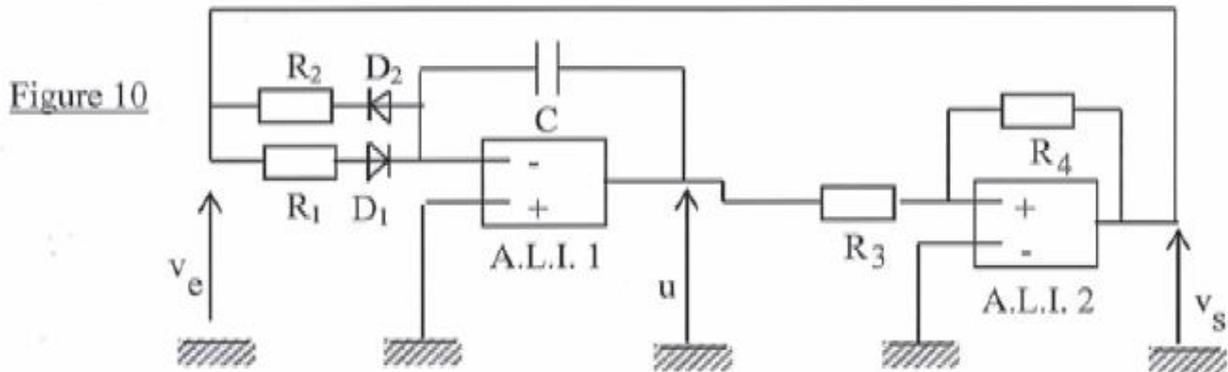
Tout résultat sera soigneusement **DEMONTRE** (pas de justification = pas de points)

LE SUJET EST volontairement LONG : votre objectif est de BIEN REDIGER les questions que vous traitez, pas d'essayer de TOUT traiter MAL.

Et prenez le temps de bien LIRE chaque exercice EN ENTIER avant de le démarrer !

Partie 1 Générateur de balayage

On étudie un générateur de balayage qui délivre un signal en rampes. On propose le montage de la figure suivante pour la réalisation de ce signal.



Les amplificateurs linéaires intégrés (A.L.I.) sont supposés idéaux. Ils sont alimentés par des tensions continues $\pm V_0$ avec $V_0 = 15 \text{ V}$, et on suppose que leur tension de saturation est : $V_{\text{sat}} = V_0$.

Les diodes D_1 et D_2 sont des interrupteurs commandés par la tension v_e :

Si $v_e > 0$: D_1 est fermé et D_2 est ouvert. Si $v_e < 0$: D_1 est ouvert et D_2 est fermé.

1. Que peut-on dire des courants d'entrée et du gain d'un A.L.I. idéal ?
2. Justifier que l'un des deux A.L.I. fonctionne nécessairement en régime de saturation.
- 3.

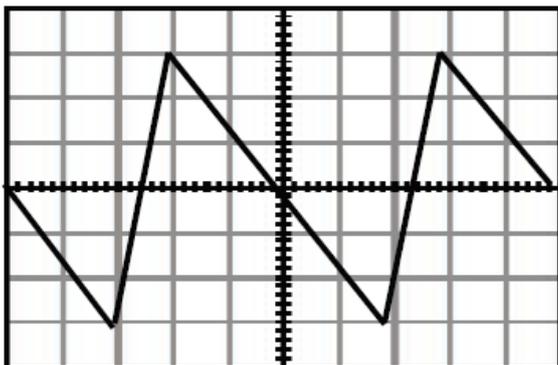


Figure 11

On observe expérimentalement, pour la tension $u(t)$, l'oscillogramme de la figure 11 ci-contre.

Echelle horizontale 1 ms/division
Echelle verticale : 1 V/division

Justifier que l'autre A.L.I. fonctionne en régime linéaire.

4. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ lorsque la diode D_1 est passante (assimilée à un interrupteur fermé).
5. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ lorsque la diode D_2 est passante.
6. Pour l'A.L.I. 2, exprimer V^+ en fonction de u et v_s .

On suppose qu'à l'instant initial $t = 0$, le spot de l'oscilloscope est au point central de l'écran ($u(0) = 0$), le condensateur étant déchargé, et que $v_e = +V_0$.

7. Exprimer $u(t)$ pour $t \geq 0$.
8. En déduire l'instant t_1 où se produit le basculement vers la tension $v_s = -V_0$.
9. Pourquoi la tension $u(t)$ ne peut-elle pas subir de discontinuité ?
10. Pour $t \geq t_1$, exprimer $u(t)$ puis déterminer l'instant t_2 où la tension u s'annule à nouveau.
11. En s'aidant de l'oscillogramme et en utilisant les résultats précédents, déduire :
 - 11.1 L'expression de la période T de la tension u en fonction de R_1, R_2, R_3, R_4 et C .
 - 11.2 Les valeurs de R_1, R_2, R_3 en $k\Omega$, sachant que $C = 1 \mu F$ et $R_4 = 1 k\Omega$.

Partie 2 : oscillateur quasi-sinusoidal à résistance négative

On étudie le dipôle AM représenté dans la figure 1.

On suppose que l'ALI est idéal, de gain infini, et qu'il fonctionne en régime linéaire.

1. Établir la relation entre e, i_e, R et R_N dans le montage figure 1 ; à quoi peut être assimilé ce montage ?

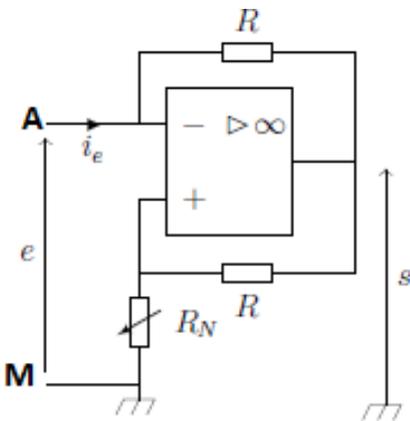


Figure 1

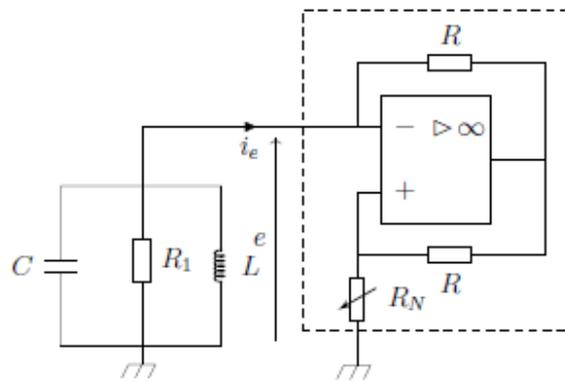
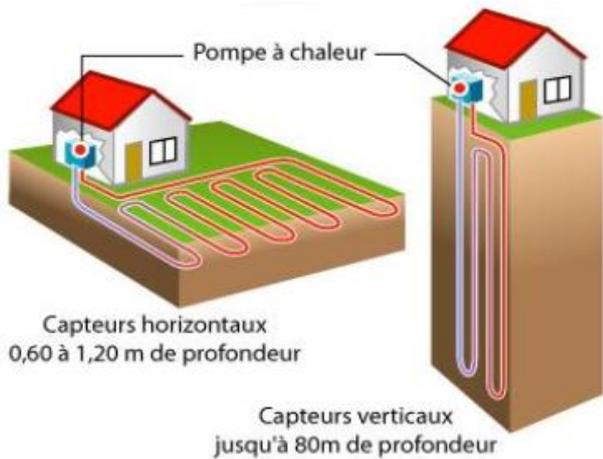


Figure 2

On insère ce montage dans le circuit représenté sur la figure 2.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $e(t)$.
3. Pour quelle valeur de R_N le circuit est-il un oscillateur sinusoïdal ? quelle est sa pulsation ? d'où provient l'énergie nécessaire à l'entretien des oscillations ? ce régime est-il facile à observer ?
AN : $C = 1 \mu F$ $L = 10 \text{ mH}$ $R = R_1 = 1 k\Omega$
4. Comment évolue $e(t)$ dans les cas $R_N < R_1$ et $R_N > R_1$? on écrira la forme générale des solutions sans chercher à déterminer les constantes d'intégration
5. Quels seront les phénomènes limitant la croissance des oscillations dans le cas d'un régime instable ?

Partie 3 - Se chauffer avec une pompe à chaleur



Pompe à chaleur sol : géothermie

Une pompe à chaleur capte les calories présentes naturellement dans l'environnement et, grâce à un compresseur, les porte à une température plus élevée qu'elle diffuse ensuite dans la maison.

La pompe fonctionne à l'électricité, mais elle consomme peu : vous économisez jusqu'à 60 % sur votre facture de chauffage.

Une pompe à chaleur peut puiser son énergie dans l'eau, le sol ou l'air.

Une pompe à chaleur dite géothermique puise la chaleur contenue dans le sol.

Il est possible d'envisager l'installation d'une telle pompe à chaleur pour maintenir la température de la maison à $T_c = 290$ K alors que la température des capteurs verticaux en sous-sol est d'environ $T_f = 280$ K. On a donc affaire à une machine ditherme. Le fluide utilisé est souvent le R-134a

1. Représenter la chaîne énergétique du système global {pompe à chaleur et sources thermiques} : les transferts seront notés W (travail électrique), Q_f (transfert thermique échangé avec la source froide), Q_c (transfert thermique échangé avec la maison). Préciser les signes des grandeurs W , Q_f et Q_c .
2. Ecrire deux relations entre W , Q_c et/ou Q_f traduisant les deux principes de la thermodynamique.
3. Montrer que le COP de la pompe à chaleur est inférieur ou égal à un COP maximal dont on donnera l'expression en fonction des températures à l'intérieur et à l'extérieur de la maison.
4. Calculer numériquement ce COP maximal. Commenter le résultat.

Partie 4 Etude d'un moteur thermique

Le moteur d'un scooter peut être représenté simplement par un piston enfermant un gaz constitué d'un mélange d'air et de carburant (« mélange carburé »). Ce gaz reçoit de la chaleur suite à la combustion du mélange carburé, et fournit du travail au piston (le fait bouger), ce qui permet de faire tourner le moteur du scooter.

C'est un moteur « à deux temps », qui effectue un tour lorsque le gaz parcourt le cycle (1-2-3-4-1) suivant :

- Premier temps : compression du mélange air-carburant (1-2), puis combustion (2-3)
- Deuxième temps : détente (3-4), échappement des gaz de combustion et admission d'une nouvelle charge de mélange carburé (4-1)

On fait les hypothèses suivantes :

- la combustion (2-3) est instantanée et le piston n'a pas le temps de se déplacer ; $V_2 = V_3$
- la détente (3-4) et la compression (1-2) sont adiabatiques réversibles ;
- lors de l'échappement et de l'admission (4-1) quasi-instantanés, le volume du cylindre est constant, $V_1 = V_4$

On appelle *cylindrée du moteur* la différence $V_1 - V_2$ et *taux de compression* le rapport $a = V_1/V_2$.

On suppose que le mélange air-carburant est un gaz parfait ($\gamma = 1,4$) de masse molaire $M = 29$ gmol⁻¹. La constante des gaz parfait est $R = 8,31$ J K⁻¹ mol⁻¹.

Au point 1 : $T_1 = 300$ K et $P_1 = 10^5$ Pa.

La notice technique d'un scooter donne :

o vitesse maximale : 45 km/h

o régime du moteur à *cette vitesse* : 6000 tours/min

o puissance du moteur à *cette vitesse* (travail fourni par le gaz par unité de temps) : 4,40 kW

o cylindrée : 50 cm³

o course du piston (distance parcourue par le piston pour aller de sa position la plus haute à sa position la plus basse) : 40 mm

Aide aux calculs : $6^{1/1,4} = 3,6$

$6^{-1/1,4} = 0,28$

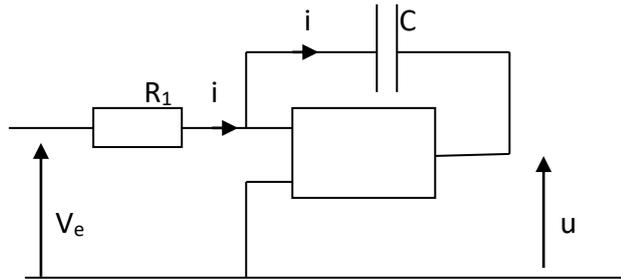
$6^{1,4} = 12,3$

$6^{-1,4} = 0,08$

1. Tracer l'allure du cycle (1-2-3-4-1) sur un diagramme de Watt (P en ordonnée, V en abscisse).
2. Lorsque le scooter roule à son allure maximale, quelle est la durée d'un cycle ?
3. La pression en fin de compression est de $6 \cdot 10^5$ Pa. En déduire le taux de compression a .
4. Exprimer le travail fourni W par le moteur au cours d'un cycle en fonction de γ , R , P_1 , V_1 et des températures T_1 , T_2 , T_3 et T_4 .
5. Exprimer la chaleur Q_{23} reçue par le système lors de la combustion, en fonction de γ , R , P_1 , V_1 et des températures T_1 , T_2 , T_3 .
5. Exprimer T_1 en fonction de T_2 , a et γ .
6. Exprimer T_4 en fonction de T_3 , a et γ .
7. Définir le rendement η du moteur .
8. Exprimer η en fonction de a et γ .
9. En prenant $\eta = 0,4$, calculer la chaleur libérée à chaque cycle par la combustion lorsque le scooter roule à 45 km/h , sa puissance étant $P = 4,4$ kW.
10. Sachant que le pouvoir calorifique de l'essence, c'est-à-dire la chaleur libérée par la combustion de 1 cm³ d'essence, est $q = 30 \text{ kJ} \cdot \text{cm}^{-3}$, déterminer la consommation d'essence en L/100 km , à vitesse maximale.

Partie 1 Générateur de balayage

1. ALI idéal (de gain infini) : $i^- = i^+ = 0$
2. ALI 2 : rétroaction entre sortie et entrée + donc ALI en régime saturé : $V_s = V_e = +/- V_{sat} = +/- V_0$
3. La tension $u(t)$ varie entre -3 et $+3$ V, càd dans l'intervalle $]-V_{sat}, +V_{sat}[$ [donc ALI 1 en régime linéaire.
4. Si la diode D_1 est passante et D_2 est bloquée, pour la partie gauche le schéma est :



ALI idéal et en régime linéaire : $V^- = V^+ = 0$

$$i^- = 0 \text{ donc } i = \frac{V_e - 0}{R_1} = C \frac{d}{dt} (0 - u) \Rightarrow \frac{du}{dt} = - \frac{V_e}{R_1 C}$$

5. De même si D_2 est passante $\frac{du}{dt} = - \frac{V_e}{R_2 C}$ **NE PAS REFAIRE LA DEMO !!!!!**

6. Appliquons la loi des nœuds à l'entrée E^+ de l'ALI 2 : $V^+ \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{u}{R_3} + \frac{V_s}{R_4}$

7. A $t = 0$ $u(0) = 0$ $V_e = +V_0 = +V_{sat}$

Comme $V_e > 0$ c'est la diode 1 qui est passante : $u(t) - u(0) = - \frac{V_0}{R_1 C} (t - 0) \Rightarrow \boxed{u(t) = - \frac{V_0}{R_1 C} t}$

8. $V_s = V_0 \Rightarrow V^+ > V^- \Rightarrow V^+ > 0 \Rightarrow \frac{u}{R_3} + \frac{V_s}{R_4} > 0 \Rightarrow - \frac{V_0}{R_1 R_3 C} t + \frac{V_0}{R_4} > 0 \Rightarrow t < \frac{R_1 R_3 C}{R_4}$

A $\boxed{t_1 = \frac{R_1 R_3 C}{R_4}}$ V_s bascule de V_0 à $-V_0$ $u(t_1) = - \frac{R_3}{R_4} V_0$

9. $u(t)$ est la tension aux bornes d'un condensateur, donc $u(t)$ est une fonction continue du temps.

10. à $t > t_1$: $V_s = V_e = -V_{sat} = -V_0$. Comme $V_e < 0$ c'est la diode 2 qui est passante

$$\frac{du}{dt} = \frac{V_0}{R_2 C} \Rightarrow u(t) - u(t_1) = \frac{V_0}{R_2 C} (t - t_1) \Rightarrow u(t) = - \frac{R_3}{R_4} V_0 + \frac{V_0}{R_2 C} \left(t - \frac{R_1 R_3 C}{R_4} \right)$$

L'instant t_2 où u s'annule est tq : $-\frac{R_3}{R_4} V_0 + \frac{V_0}{R_2 C} \left(t_2 - \frac{R_1 R_3 C}{R_4} \right) = 0$ soit $\boxed{t_2 = t_1 + \frac{R_2 R_3 C}{R_4} = \frac{R_3 C}{R_4} (R_1 + R_2)}$

11. en s'aidant de l'oscillogramme

la période de la tension u est : $T = 2 t_2 = \frac{2 R_3 C}{R_4} (R_1 + R_2) = 4,8 \text{ ms}$

$u(t_1) = - \frac{R_3}{R_4} V_0 \Rightarrow R_3 = 3 \cdot 1/15 = 0,2 \text{ k}\Omega$

$t_1 = \frac{R_1 R_3 C}{R_4} = 1,8 \text{ ms} \Rightarrow R_1 = 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 1 / (0,2 \cdot 10^{-6}) = 9 \text{ k}\Omega$

$T = 2 t_2 = \frac{2 R_3 C}{R_4} (R_1 + R_2) = 4,8 \text{ ms} \Rightarrow R_2 = T \frac{R_4}{2 R_3 C} - R_1 = 3 \text{ k}\Omega$

Partie 2 : Oscillateur à résistance négative

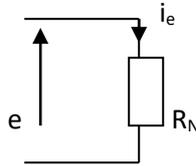
1. Comme $i^- = 0$, l'intensité i_e traverse R : $i_e = \frac{V^- - s}{R}$

Comme $i^+ = 0$, on peut écrire un diviseur de tension : $V^+ = \frac{R_N}{R_N + R} s$

ALI idéal, de gain infini en régime linéaire : $V^+ = V^- = e$

Donc $s = e - R i_e = \frac{R_N + R}{R_N} e = \left(1 + \frac{R}{R_N}\right) e$ d'où $e = - R_N i_e$

Avec l'orientation suivante :



on a fabriqué une **résistance négative** 😊

2. On introduit les intensités i_R , i_C et i_L , orientées vers le haut du schéma

Loi des nœuds : $i_e = i_R + i_C + i_L$

« lois d'Ohm » : $i_R = -\frac{e}{R_1}$ $i_C = -C \frac{de}{dt}$ $\frac{di_L}{dt} = -\frac{e}{L}$ $i_e = -\frac{e}{R_N}$

Donc, en dérivant la loi des nœuds par rapport au temps $\frac{1}{R_N} \frac{de}{dt} = \frac{1}{R_1} \frac{de}{dt} + C \frac{d^2e}{dt^2} + \frac{e}{L}$

Soit $\frac{d^2e}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_1 C} - \frac{1}{R_N C}\right) \frac{de}{dt} + \frac{e}{LC} = 0$

3. le circuit est un oscillateur sinusoïdal pour $R_N = R_1$

sa pulsation est ω tel que : $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

l'énergie nécessaire à l'entretien des oscillations provient de l'alimentation de l'ALI

Dans la pratique ce régime est difficile à observer car il faut avoir une égalité stricte entre les deux résistances

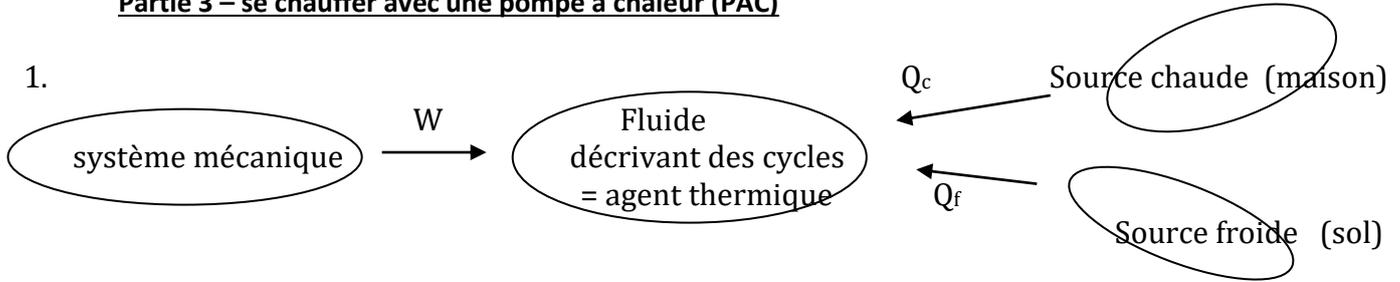
AN : $C = 1\mu\text{F}$ $L = 10 \text{ mH}$ $R = R_1 = 1\text{k}\Omega$

4. si $R_N < R_1$: montage stable ; au bout d'un temps « infini » $e = 0$

si $R_N > R_1$: montage instable ; au bout d'un temps « infini » $e \rightarrow \infty$

5. En réalité, dans le cas d'un régime instable, l'ALI va basculer en régime saturé, limitant ainsi la croissance des oscillations

Partie 3 – se chauffer avec une pompe à chaleur (PAC)



C'est une machine réceptrice : $W > 0$

L'objectif est de chauffer la maison, donc le fluide doit donner de la chaleur à la source chaude : $Q_c < 0$

Pour cela le fluide prend de l'énergie à la source froide (voir explication géothermie) : $Q_f > 0$

2. 1^{er} principe appliqué à l'agent thermique sur un nombre entiers de cycles : $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$

2^{ème} principe appliqué à l'agent thermique sur un nombre entiers de cycles: $\Delta S = 0 = S_{\text{créée}} + \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f}$

3.
$$\text{COP} = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}} = \frac{-Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + Q_f/Q_c}$$

D'après le 2nd principe : $S_{\text{créée}} > 0$ donc $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} < 0$

donc $\frac{Q_f}{T_f} < -\frac{Q_c}{T_c}$

donc $\frac{Q_f}{Q_c} > -\frac{T_f}{T_c}$ **ATTENTION $Q_c < 0$**

donc $1 + \frac{Q_f}{Q_c} > 1 - \frac{T_f}{T_c} > 0$

donc $\frac{1}{1 + Q_f/Q_c} < 1/(1 - \frac{T_f}{T_c})$

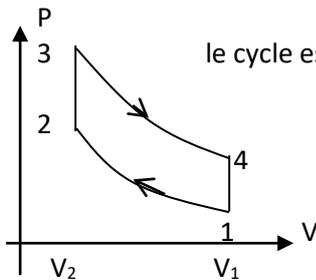
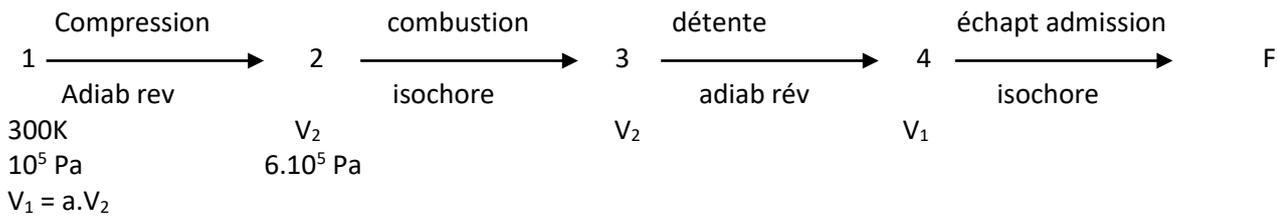
finalement :
$$\text{COP} < \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

4.
$$\text{COP}_{\text{max}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = 29$$

Pour une énergie dépensée W , on récupère une chaleur $29.W$: très économique, même si le COP réel est plus faible et qu'il faut amortir l'investissement en matériel

Partie 4 – Etude d'un moteur thermique

1. UNE ANALYSE DU CYCLE EST OBLIGATOIRE **AVANT** DE LE TRACER



le cycle est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre, c'est bien un cycle moteur

2. 1 tour correspond à 1 cycle (lire l'énoncé) **durée d'un cycle = 60/6000 s = 10 ms.**

3. La loi de Laplace $Pv^\gamma = \text{cste}$ ou $TV^{\gamma-1} = \text{cste}$ s'applique à un **gaz parfait**, dont on peut considérer le rapport $\gamma = C_p/C_v$ comme constant, quand ce gaz subit une **transformation adiabatique et réversible** : elle s'applique donc à (12) et (34).

$$\text{Sur (12) : } P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma \Rightarrow a^\gamma = P_2 / P_1 = 6 \Rightarrow a = 3,60$$

4. Le travail est nul sur les transformations isochores 23 et 41

Sur les transformations adiabatiques (12) et (34) : $Q = 0$ donc $W = \Delta U$

$$\text{Donc } W_{\text{cycle}} = (U_2 - U_1) + (U_4 - U_3)$$

$$\Rightarrow W_{\text{cycle}} = n R / (\gamma - 1) \cdot [T_2 - T_1 + T_4 - T_3], \text{ avec } n = P_1 V_1 / (R T_1).$$

on doit avoir $W_{\text{cycle}} < 0$ puisque le cycle est moteur.

5. Sur (23) le travail est nul donc $Q_{\text{combustion}} = (U_3 - U_2) = n C_v (T_3 - T_2) = P_1 V_1 / (R T_1) \cdot R / (\gamma - 1) \cdot (T_3 - T_2)$

6. rendement : $\eta = \text{énergie utile} / \text{énergie coûteuse}$

$$= - W_{\text{cycle}} / Q_{\text{combustion}}$$

$$= - [T_2 - T_1 + T_4 - T_3] / (T_3 - T_2)$$

Sur une adiabatique réversible d'un gaz parfait : $TV^{\gamma-1} = \text{cste}$ d'où $T_1 = T_2 (1/a)^{\gamma-1}$ et $T_4 = T_3 (1/a)^{\gamma-1}$

$$\text{On en déduit : } \eta = -(1 - (1/a)^{\gamma-1})(T_2 - T_3) / (T_3 - T_2) \quad \eta = 1 - (1/a)^{\gamma-1}$$

7. travail échangé en 1s $W = P \cdot t = 4,4$ kJ durée d'un cycle = 10 ms donc $W_{\text{cycle}} = - 44$ J

$$Q_{\text{cycle}} = - W / \eta = 110$$
 J

8. le scooter parcourt à la vitesse 45 km/h une distance de 100 km en $(100/45) \cdot 3600 = 8000$ s

La chaleur échangée est alors $Q = 88$ MJ pour la combustion de l'essence

Volume d'essence consommée : $Q/q = 88000/30 \text{ cm}^3 = 2,9$ L. Cette valeur est pertinente.